

中国海洋大学本科生课程大纲

课程名称	测度论基础 Introduction to Measure Theory	课程代码	075123201239
课程属性	专业知识	课时/学分	48/3
课程性质	选修	实践学时	
责任教师	张弛	课外学时	96

课程属性：公共基础/通识教育/学科基础/专业知识/工作技能，**课程性质：**必修、选修

一、课程介绍

1. 课程描述：

测度论是现代概率论的基础，是本科阶段初等概率论的严格化、抽象化和延伸。本课程针对高年级数学与应用数学专业概率统计模块的学生开设。课程包括集类与测度、随机变量与可测函数、数学期望与积分、乘积测度空间等基本内容。通过课程学习，要求学生掌握严格公理化体系下概率论的基本理论和方法，为随机过程理论乃至研究生阶段的学习打下坚实基础。

2. 设计思路：

本课程引导高年级数学与应用数学专业概率统计模块的学生由对初等概率论的直观认识转为对严格公理化概率论体系的深入理解。课程内容的选取基于学生“掌握了数学分析、初等概率论及实变函数等相关课程知识”。课程内容包括三个方面：概率空间、随机变量、数学期望、乘积测度空间这四个方面依次展开，构成概率论的最基本内容。

概率空间是概率论的最基本的概念。课程内容包括概率可测集的定义（集类），概率可测集的构造（单调类定理），概率测度的构造（测度扩张定理）。这三部分完成了概率空间的构造，是概率理论建立的基础。

随机变量是概率论的核心概念。课程内容包括随机变量的定义、运算性质、分布函数、独立性、收敛性（几乎处处收敛、依测度收敛和依分布收敛）。此内容是引入随机变量的数学期望的基础。

数学期望是概率论中重要且应用广泛的概念。课程内容包括数学期望的定义和性质、收敛定理（单调收敛定理、Fatou-Lebesgue 定理、控制收敛定理）、积分变换定理。

乘积概率空间是构造高维和无穷维随机变量的基础。课程内容包括 Fubini 定理、无穷乘积概率空间、转移概率。

3. 课程与其他课程的关系：

先修课程：数学分析、概率论基础、实变函数；

并行课程：泛函分析、数理统计、多元统计分析等；

后置课程：随机过程、随机微分方程等。

二、课程目标

本课程实际上是严格数学化的概率论基础，目标是使学生对概率论的掌握由直观的认识提升为严格化公理化的数学体系。

到课程结束时，学生应能：

- (1) 理解并掌握概率空间、随机变量、数学期望等内容的基本概念和重要结论；
- (2) 掌握结论推导中体现的重要的概率论研究方法，并能用于简单结论的证明。
- (3) 在课程内容基础上能自主学习相关扩展内容。

三、学习要求

要完成所有的课程任务，学生必须：

- (1) 按时上课，上课认真听讲，积极参与课堂讨论。
- (2) 按时完成常规练习作业。作业要求学生按书面形式提交。
- (3) 完成教师布置的自学内容。这些作业能够扩展学生的知识面，锻炼学生的自

主思考和学习能力。

四、参考教材与主要参考书

1、选用教材：

《概率论基础》，王凤雨、毛永华著，北京师范大学出版社，2010年7月出版。

2、主要参考书：

[1] 《概率论基础》(第二版)，严士健、王隽骧、刘秀芳著，科学出版社，2009。

[2] 《测度论与概率论基础》，程士宏著，北京大学出版社，2004。

[3] 《测度论讲义》(第二版)，严加安著，科学出版社，2004。

[4] Measure Theory, P. R. Halmos, Springer-Verlag, 1974.

五、进度安排

序号	专题	主题	计划课时	主要内容概述
0	引言	概率论简介	2	概率论的起源和发展
1	概率空间	概率可测集的定义和构造	8	集类，单调类定理
		概率测度的定义和构造	6	集函数和测度，测度扩张定理
		概率空间小结	2	经典方法总结
2	随机变量	随机变量的定义和构造	4	可测函数的定义和构造
		随机变量的性质	4	可测函数的运算，分布函数，随机变量的独立性
		随机变量的收敛性	4	几乎处处收敛，依测度收敛，依分布收敛
		随机变量小结	2	习题讲解和方法总结
3	数学期望	数学期望的定义	2	可测函数积分的定义和性质
		数学期望的性质	4	收敛定理，乘法定理，积分变换定理

		数学期望小结	2	习题讲解和方法总结
4	乘积测度空间	有限维乘积空间	4	乘积空间, 乘积 σ 代数, Fubini 定理
		无穷乘积空间	2	无穷维空间, 分布函数,
		乘积空间的概率测度	2	转移测度与转移概率

六、成绩评定

(一) 考核方式 A: A. 闭卷考试 B. 开卷考试 C. 论文 D. 考查 E. 其他

(二) 成绩综合评分体系:

成绩综合评分体系	比例%
1. 课下作业、课堂讨论及平常表现	15
2. 平时测验成绩	15
3. 期末考试成绩	70
总计	100

附：作业和出勤评分标准

1) 作业的评分标准

作业评分标准	得分
1. 严格按照作业要求并及时完成, 基本概念清晰, 方法正确、合理。	90-100 分
2. 基本按照作业要求并及时完成, 基本概念基本清晰, 方法基本正确。	70-80 分
3. 不能按照作业要求, 未按时完成, 基本概念不清晰, 方法基本不正确。	40-60 分
4. 不能按照作业要求, 未按时完成, 基本概念不清晰, 方法基本不正确。	0-30 分

2) 出勤的评分标准

出勤成绩满分 100 分。每缺勤 1 次减 5 分。

七、学术诚信

学习成果不能造假，如考试作弊、盗取他人学习成果、一份报告用于不同的课程等，均属造假行为。他人的想法、说法和意见如不注明出处按盗用论处。本课程如有发现上述不良行为，将按学校有关规定取消本课程的学习成绩。

八、大纲审核

教学院长：

院学术委员会签章：