

中国海洋大学本科生课程大纲

课程名称	微分几何 Differential Geometry	课程代码	75103201233
课程属性	专业知识	课时/学分	48/3
课程性质	选修	实践学时	
责任教师	朴大雄 高翔	课外学时	96

课程属性： 专业知识

课程性质： 选修

一、课程介绍

1. 课程描述：

微分几何是主要面向数学专业高年级的课程，对进一步理解现代数学和物理学的内容有较大帮助。在选修本课程之前，学生要熟悉多元函数微积分的内容，了解二次曲面的几何特性，掌握线性空间理论，理解常微分方程初值问题解的存在性定理。课程包括如下主要内容：向量函数、曲线论、曲面的第一、第二基本形式、曲面论基本定理、测地曲率和测地线等。

2. 设计思路：

(1) 低起点、高终点

本课程注重与《空间解析几何》课程在内容上的衔接性，贯彻“从简单到复杂、从基础到前沿”的理念，从向量函数讲起，贯穿曲线论、曲面的第一、第二基本形式，最终达到曲面论基本定理、测地曲率和测地线的高度。

(2) 问题驱动、强调几何直观

本课程采用问题驱动的模式，追踪溯源，抓住“几何不变量”这一微分几何理论发展的主线，清晰交代理论的研究背景与数学思想，使学生体会到几何理论的发展、几何思想的进化是一种自然而然、逐步深化的过程，从中学习几何学研究的思想与方法。“几何是数学演绎的舞台”，培养学生通过“几何直觉”来学习与研究数学的能力。

(3) 扩展性强

本课程注重微分几何的经典理论与现代数学发展前沿的衔接，从更加现代的观点

介绍经典的理论，为学生打开一扇通往现代数学前沿的窗口。

3. 课程与其他课程的关系：

先修课程：数学分析 I-III、高等代数 I-II、空间解析几何、常微分方程；

并行课程：拓扑学等；

后置课程：无。

二、课程目标

本课程以培养学生的空间想象力和直觉能力为主要目标。学完本课程，应掌握局部微分几何的基本内容，初步了解整体微分几何的研究对象，了解微分几何在数学和物理学领域中的作用。应能使运用解析几何的知识，以微积分和线性代数为工具，解决和处理局部性几何问题和部分整体性几何问题。

到课程结束时，学生应能：

(1) 掌握微分几何的近代发展史概况；掌握标架的概念，了解向量分析基础知识。

(2) 掌握正则参数曲线、弧长、曲率、挠率的概念；能够计算常见曲线的弧长、曲率和挠率；理解标准展开的几何意义，以及 Frenet 公式的本质。

(3) 掌握正则参数曲面的概念，会求曲面的切平面和法线方程，理解第一基本形式的本质；掌握保长对应、保角对应中的基本内容，理解可展曲面的几何特征；掌握第二基本形式的推导过程及法曲率和主曲率计算；理解近似展开的含义，了解一些特殊曲面的几何特性。

(4) 掌握标架的运动公式，了解曲面唯一性定理和曲面论基本方程；理解曲面的存在性定理和高斯定理。

(5) 掌握测地曲率、测地挠率、测地线的概念；了解测地坐标系；理解高斯-博内公式的几何含义。

三、学习要求

要完成所有的课程任务，学生必须：

(1) 按时上课，上课认真听讲，积极参与课堂讨论、随堂练习，课堂表现和出勤率是成绩考核的重要组成部分。

(2) 按时完成常规练习作业，这些作业要求学生按书面形式提交，只有按时提交作业，才能掌握课程所要求的内容，延期提交作业需要提前得到任课教师的许可。

(3) 完成教师布置的一定量的阅读文献和背景资料，这些阅读材料能加深对课程内容的理解，并能引导学生对某些问题和理论的更深入探讨。

四、教学进度

序号	专题或主题	计划课时	主要内容概述	实验实践内容或课外练习等
1	什么是向量函数？	3	三维欧氏空间中的标架、向量函数	
2	什么是曲线论？	9	正则参数曲线、曲线的弧长、曲线的曲率和 Frenet 标架、曲线的挠率和 Frenet 公式、曲线论基本定理、曲线参数方程在一点标准展开、存在对应关系的曲线偶、平面曲线	
3	什么是曲面的第一基本形式？	9	正则参数曲面、切平面和法线、第一基本形式、曲面上正交参数曲线网的存在性、保长对应和保角对应、可展曲面	
4	什么是曲面的第二基本形式？	9	第二基本形式、法曲率、 Weingarten 映射和主曲率、主方向和主曲率的计算、 Dupin 标形和曲面参数方程在一点的标准展开、某些特殊曲面	
5	什么是曲面论基本定理？	9	自然标架的运动公式、曲面的唯一性定理、曲面论基本方程、曲面的存在性定理、 Gauss 定理	
6	什么是测地曲率和测地线？	9	测地曲率和测地挠率、测地线、测地坐标系和法坐标系、常曲率曲面、曲面上切向量的平行移动、 Gauss-Bonnet 公式	

五、参考教材与主要参考书

1、选用教材：

《微分几何》（第1版），陈维桓 著，北京：北京大学出版社，2006 年出版。

2、主要参考书：

[1] 《微分几何》（第4版），梅向明、黄敬之 著，北京：高等教育出版社，2008 年出版。

[2] 《微分几何》（第1版），彭家贵、陈卿 著，北京：高等教育出版社，2002 年出版。

六、成绩评定

(一) 考核方式 A : A. 闭卷考试 B. 开卷考试 C. 论文 D. 考查 E. 其他

(二) 成绩综合评分体系:

成绩综合评分体系	比例%
1. 课下作业、课堂讨论及平常表现	30
2. 期末考试成绩	70
总计	100

附：作业和平时表现评分标准

1) 作业的评分标准

作业的评分标准	得分
严格按照作业要求并及时完成，基本概念清晰，解决问题的方案正确、合理，能提出不同的解决问题方案。	90-100 分
基本按照作业要求并及时完成，基本概念基本清晰，解决问题的方案基本正确、基本合理。	70-80 分
不能按照作业要求，未按时完成，基本概念不清晰，解决问题的方案基本不正确、基本不合理。	40-60 分
不能按照作业要求，未按时完成，基本概念不清晰，不能制定正确和合理解决问题的方案。	0-30 分

2) 课堂讨论、小组作业、附加作业评分标准

课堂讨论、平常表现评分标准	得分
资料的查阅、知识熟练运用，积极参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他同学合作、交流，共同解决问题。	90-100 分
基本做到资料的查阅、知识的运用，能参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他其他同学合作、交流，共同解决问题。	70-80 分
做到一些资料的查阅和知识的运用，参与讨论一般、不能阐明自己的观点和想法，与其他同学合作、交流，共同解决问题的能力态度一般。	40-60 分
不能做到资料的查阅和知识的运用，不积极参与讨论，不能与其他同学合作、交流，共同解决问题。	0-30 分

七、学术诚信

学习成果不能造假，如考试作弊、盗取他人学习成果、一份报告用于不同的课程等，均属造假行为。他人的想法、说法和意见如不注明出处按盗用论处。本课程如有发现上述不良行为，将按学

校有关规定取消本课程的学习成绩。

八、大纲审核

教学院长：

院学术委员会签章：