

中国海洋大学本科生课程大纲

课程名称	初等数论 Elementary Number Theory	课程代码	075113201280
课程属性	专业知识	课时/学分	48/3
课程性质	选修	实践学时	
责任教师	范中平 徐云飞	课外学时	96

课程属性：公共基础/通识教育/学科基础/专业知识/工作技能，**课程性质：**必修、选修

一、课程介绍

1. 课程描述：

数论是一门研究整数性质的基础数学分支学科，其初等部分以整除理论为基础，以同余理论为核心，包括整除性、不定方程、同余式、原根与指标、连分数、素数（即整数）分布以及数论函数等内容，统称初等数论。

2. 设计思路：

初等数论可以说是数学中“理论与实践”相结合得最完美的基础课程，近代数学中许多重要思想、概念、方法与技巧都是从对整数性质的深入研究而不断丰富发展起来的，而且近年来初等数论在计算器科学、组合数学、密码学、代数编码、计算方法等领域内得到了广泛的应用，使得初等数论成为一门非常重要的数学基础课。

数论是由具体问题指引前进方向的，其研究方法几乎涉及其它所有数学分支，同时数论问题的研究和解决也推动了其它数学方向的发展，因此本课程的开发有助于培养学生综合全面的数学思维。初等数论的学习基本不以任何课程为基础，只需要简单的算术和集合知识。因此本课程大学各年级的学生都可学习，建议尽早选修。

本课程旨在引导学生通过对初等数论的学习，掌握数论中的最基本的理论和常用的方法，加强理解和解决数学问题的能力，培养对数学的兴趣与感觉，为今后的学习

奠定必要的基础。

课程内容包括三个模块：整除理论、同余理论、不定方程；这几方面相互关联，层层递进，能够体现初等数论的基本特征。

整除理论是初等数论的基础。课程从整除的概念出发，引进带余除法与辗转相除法，介绍基本的数论函数，建立起最大公因数与最小公倍数理论，最终证明十分重要而深刻的算数基本定理。

同余理论是初等数论的核心。课程从同余的基本性质出发，引入完全剩余系与简化剩余系的概念，并由此证明欧拉定理和费马小定理；然后介绍同余式，探讨如何将实际问题转化为同余式，并利用中国剩余定理等性质进行求解；引入二次剩余的概念，介绍二次同余式、勒让德符号和雅可比符号，并由此探讨二次同余式的解法；为研究高次同余式引入原根与指标的概念，并利用其讨论高次同余式解的存在性。

不定方程是初等数论中一个重要课题。课程通过整除理论讨论一次不定方程解的存在性与解法，通过同余理论对部分二次和二次以上不定方程解的存在性进行了初步探讨，并介绍费马大定理的证明情况。

3. 课程与其他课程的关系：

先修课程：高等数学，线性代数；

并行课程：实分析，高等代数；

后置课程：抽象代数，代数数论。

二、课程目标

数论被高斯誉为“数学中的皇冠”，而本课程的目标就是引领数学类专业的学生开启一条通向“皇冠”之路。通过本课程的学习，学生应能：

(1) 初步了解数论这门学科的特点、所研究的问题、所使用的思维方式和方法以及在数学中的地位和作用；

(2) 重点掌握初等数论的基础知识和研究方法，并能应用所学知识解决数论问题和能转化为数论问题的实际问题；

(3) 培养数学思维的丰富性、灵活性，激发对数学研究的兴趣与热情，为后续数论及相关学科的学习打下坚实的基础。

三、学习要求

要完成所有的课程任务，学生必须：

(1) 按时上课，上课认真听讲，积极参与课堂讨论、随堂练习和测试。本课程将包含较多的随堂练习、讨论、小组作业展示等课堂活动，课堂表现和出勤率是成绩考核的组成部分。

(2) 按时完成常规练习作业。这些作业要求学生按书面形式提交，只有按时提交作业，才能掌握课程所要求的内容。延期提交作业需要提前得到任课教师的许可。

(3) 完成教师布置的一定量的阅读文献和背景资料、案例分析和理论探讨等作业，其中大部分内容要求以小组合作形式完成。这些作业能加深对课程内容的理解、促进同学间的相互学习、并能引导对某些问题和理论的更深入探讨。

四、参考教材与主要参考书

1、选用教材：

闵嗣鹤，严氏健. 初等数论（第三版）. 北京：高等教育出版社，2003。

2、主要参考书：

[1] 《初等数论》，潘承洞，潘承彪，北京大学出版社，出版时间：2003-1-1。

[2] 《数论——从汉穆拉比到勒让德的历史导引》（法）韦伊 著，胥鸣伟 译，高等教育出版社，出版时间：2010-5。

[3] 《数论基础》，（俄罗斯）维诺格拉多夫 著，裘光明 译，哈尔滨工业大学出版社，出版时间：2011。

五、进度安排

序号	专题	主题	计划课时	主要内容概述	实验实践内容
1	绪论	数论介绍	2	数论起源、发展和特征等	数论人物、故事、中国数论发展等文献查阅与综述
2	整除理论	整除	2	整除；带余除法及辗转相除法；最大公因数和最小公倍数；完全数	教材作业
		质数	2	质数；质数分布；算术基本定理证明	教材作业
		基本数论函数小结	2	数论函数 $[x]$ 、 $\{x\}$ 的基本性质和 $N!$ 的标准分解式	教材作业
3	不定方程 I	一次不定方程	2	二元一次不定方程；多元一次不定方程	教材作业
		多次不定方程	2	勾股数；费马问题	教材作业 参考文献
4	同余理论 I	同余	2	同余和同余的基本性质	教材作业
		剩余系	2	剩余类与完全剩余系	教材作业
		欧拉定理	2	简化剩余系；欧拉函数；费马—欧拉定理	教材作业
		Wilson 定理	2	Wilson 定理	教材作业 参考文献
5	同余理论 II	一次同余式	2	一次同余式；孙子定理	教材作业
		高次同余式	2	高次同余式的解数及解法（初步）；	教材作业
		质数模的高次同余式	2	质数模的高次同余式	教材作业
6	同余理论 III	二次剩余	2	二次剩余与二次非剩余；与同余式解的关系；欧拉判别法	教材作业
		勒让德符号	2	勒让德符号；几个基本勒让德符号的值；二次互反律；利用勒让德符号判断二次同余式解的存在性	教材作业
		雅可比符号	2	雅可比符号；与勒让德符号的关系；利用雅可比符号判定二次同余式无解	教材作业
		二次同余式	2	二次同余式有解的充分条件和解数	教材作业
7	原根与指标	指数	2	指数及其性质	教材作业

		原根	2	原根及其存在的条件	教材作业
		指标	2	指标及 n 次剩余	教材作业
		二项同余式	2	二项同余式有解的充要条件及其求解	教材作业
8	不定方程 II	四平方数和	2	利用同余理论讨论四平方数和的不定方程	教材作业
		两平方数和	2	利用同余理论讨论两平方数和的不定方程	教材作业
9	复习	复习	2	总结复习	教材作业

六、成绩评定

(一) 考核方式 C : A. 闭卷考试 B. 开卷考试 C. 论文 D. 考查 E. 其他

(二) 成绩综合评分体系:

成绩综合评分体系	比例%
1. 课下作业、课堂讨论及平常表现	30
2. 平时测验成绩	20
3. 论文	50
总计	100

附：作业、平时表现和论文评分标准

1) 作业的评分标准

作业的评分标准	得分
1.严格按照作业要求并及时完成，基本概念清晰，问题解法正确，能提出不同的问题解法。	90-100 分
2.基本按照作业要求并及时完成，基本概念基本清晰，问题解法基本正确。	70-80 分
3.不能按照作业要求，未按时完成，基本概念不清晰，问题解法基本不正确。	40-60 分
4.不能按照作业要求，未按时完成，基本概念不清晰，问题解法不正确。	0-30 分

2) 课堂讨论及平时表现评分标准

课堂讨论、平常表现评分标准	得分
1.能积极主动思考、查阅资料，熟练运用所学知识，积极参与讨论、清楚阐明自己的观点和想法，主动与其他同学合作、交流，共同讨论并解决问题。	90-100 分
2.基本能积极主动思考、查阅资料，能运用所学知识，能参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他其他同学合作、交流，共同讨论并解决问题。	70-80 分
3. 较不能积极主动思考、查阅资料，较不能运用所学知识、较不能阐明自己的观点和想法，较不能与其他同学合作、交流，共同讨论并解决问题。	40-60 分
4.不能积极主动思考、查阅资料，不积极参与讨论，不能阐明自己的观点和想法，不能与其他同学合作、交流，不能共同讨论并解决问题。。	0-30 分

3) 论文评分标准

评价项目	评价标准 (A 级)	满分
论文 (设计) 质量	结构严谨，逻辑性强；文字表达准确流畅；条理清楚，重点突出；格式、图、表规范；具有一定的学术水平或实际价值	50
论文 (设计) 报告、讲解情况	概念清楚，思路清晰；表达准确，重点突出，详略得当；报告时间符合要求	20
答辩表现	思维敏捷，语言流畅，回答问题准确，有专业深度；仪态端庄，精神风貌好	30

七、学术诚信

学习成果不能造假，如考试作弊、盗取他人学习成果、一份报告用于不同的课程等，均属造假行为。他人的想法、说法和意见如不注明出处按盗用论处。本课程如有发现上述不良行为，将按学校有关规定取消本课程的学习成绩。

八、大纲审核

教学院长：

院学术委员会签章：

