

中国海洋大学本科生课程大纲

课程名称	泛函分析 Functional Analysis	课程代码	75113101223
课程属性	专业知识	课时/学分	64/4
课程性质	选修	实践学时	
责任教师	魏常果 石岩月	课外学时	128

课程属性： 专业知识

课程性质： 选修

一、 课程介绍

1. 课程描述：

泛函分析是研究抽象空间及其映照的一门数学学科，主要利用分析、代数和几何的方法，研究、处理各种数学问题 and 应用问题。现如今，它已成为学习和研究近代纯粹与应用数学的不可缺少的工具，在数学和其他科学领域中均有广泛而深刻的应用。本课程针对高年级数学类各专业学生开设，内容包括 Banach 空间、Hilbert 空间、有界线性算子等泛函分析中的基本理论。通过本课程的学习，使学生掌握线性泛函分析的最基本的概念、理论和方法，培养与训练学生的抽象思维能力和逻辑思维能力，为进一步更深入的学习泛函分析和以后的科研工作提供工具和必要的理论基础。

2. 设计思路：

泛函分析的基础建立在几何的两种结构之上，一种是代数结构，另一种是拓扑结构，其特点是即将古典分析的基本概念和方法一般化，又将这些概念和方法几何化。本课程引导高年级数学专业学生综合运用数学分析、高等代数、实变函数等理论课程的思想方法来探讨抽象空间上的映射。课程内容的选择以问题为中心，遵循整体性原则和学生主体性原则。课程内容包括：距离空间与拓扑空间、赋范线性空间、Hilbert 空间和有界线性算子等。在各章的内容编排上遵循从特殊到一般，再由一般到特殊的认

识规律。

第一章 距离空间与拓扑空间，从学生们比较熟悉的欧式空间拓展为一般的距离空间，课程内容包括距离空间、完备距离空间、压缩映射原理、拓扑空间、距离空间的紧性等。

第二章主要介绍一类特殊的距离空间：赋范线性空间，课程内容包括：Banach 空间的概念及若干实例、 L^p 空间、范数等价定理、Riesz 引理等基本定理，及有限维线性赋范空间基本性质。由此，学生可以进一步理解无穷维赋范空间。

第三章主要介绍赋范空间上的有界线性算子，包括：Banach-Steinhaus 定理（共鸣定理）、开映照定理、闭图象定理、Banach 逆算子定理、Hahn-Banach 定理及其推论、共轭空间与连续泛函的表示、自反性、弱收敛、紧算子。

第四章主要介绍 Hilbert 空间及其上的有界线性算子。Hilbert 空间是一类特殊的 Banach 空间，具有更丰富的几何结构。

3. 课程与其他课程的关系：

先修课程：高等代数 I、II，数学分析 I、II、III，实变函数。

并行课程：拓扑学、近世代数。一般地，泛函分析、近世代数和拓扑学被视为学习现代数学必要的三门基础课程。

二、课程目标

本课程目标是为高年级数学类专业学生提供一个综合应用分析、代数和几何等方面知识的窗口，提高抽象思维和逻辑推理能力，为进入更高阶段的学习和研究工作打下坚实的基础。

到课程结束时，学生应能：

- (1) 掌握泛函分析中的基本概念和重要结果；
- (2) 能够运用泛函分析的思想和方法分析问题和解决问题；

(3) 掌握基本的文献检索技能，提升自主学习的意识和能力；

(4) 针对特定问题开展小组研究，并通过口头报告或书面研究报告形式提供研究结果；提升数学表达能力和研讨能力。

三、学习要求

要完成所有的课程任务，学生必须：

(1) 做好课前预习，发现疑难点，既能充分锻炼自学能力，又能提高听课效率。

(2) 按时上课，积极思考，积极参与课堂讨论、随堂练习和测试。本课程将适度包含随堂练习、讨论等课堂活动，课堂表现和出勤率是成绩考核的组成部分。

(3) 按时完成常规练习作业。这些作业要求学生按书面形式提交，只有按时提交作业，才能掌握课程所要求的内容。延期提交作业需要提前得到任课教师的许可。

(4) 完成教师布置的阅读文献和背景资料、整理文献形成综述性小论文、思考题等作业，其中大部分内容要求以小组合作形式完成。这些作业能加深对课程内容的理解、促进同学间的相互学习、并能引导对某些问题和理论的更深入探讨。

四、参考教材与主要参考书

1. 选用教材：

刘炳初，《泛函分析》（第2版），北京大学出版社，2007.

2. 主要参考书：

[1] 张恭庆，林源渠.《泛函分析讲义》上册. 北京大学出版社，1987.

[2] 郑维行，王声望.《实变函数与泛函分析概要》第2册（第2版）. 高等教育出版社. 1989.

[3] 夏道行等.《实变函数与泛函分析》上册（第2版）. 高等教育出版社. 1984.

[4] 江泽坚，孙善利.《泛函分析》（第2版），高等教育出版社，2005.

[5] Kosaku Yosida. Functional Analysis. New York: Springer-Verlag. 6th

Edition 1980.

五、进度安排

序号	专题	主题	计划课时	主要内容概述	课外练习
1	距离空间与拓扑空间	距离空间基本概念	2	距离空间的定义及相关例子； 距离空间中的收敛；连续映射	
		距离空间中的点集	2	开集、闭集；稠密子集； 可分距离空间	
		完备距离空间	2	Cauchy 列；完备性；闭球套定理； Baire 纲定理；距离空间的完备化	判断多种 距离空间的 完备性
		压缩映射原理	2	不动点；压缩映射原理及其应用	搜集压缩 映射原理的 推广形式
		拓扑空间简介	4	拓扑空间的基本概念； 紧集；紧空间上的连续映射	
		距离空间的紧性	4	列紧集；全有界集；Arzela 定理	与《数学分析》、《实变函数》等课程中的相关定理进行比较
2	赋范线性空间	赋范线性空间	2	赋范线性空间； Banach 空间的概念及若干例子	
		L^p 空间	4	Holder 不等式； Minkowski 不等式； L^p 空间	
		赋范空间的性质	2	赋范空间的完备化； 商空间、乘积空间；范数等价	总结构造 新赋范空间 的基本方法

		有穷维赋范空间	2	Riesz 引理; 有穷维线性赋范空间的基本性质	比较有穷维赋范空间与无穷维赋范空间的性质
3	有界线性算子	有界线性算子与有界线性泛函	4	有界线性算子的概念、基本性质及典型例子; 算子的收敛与强收敛	讨论算子收敛与强收敛之间的区别与联系
		Banach-Steinhaus 定理	4	Banach-Steinhaus 定理(共鸣定理);	
		开映射定理与闭图像定理	6	开映照定理、闭图象定理、 Banach 逆算子定理, 算子的谱	
		Hahn-Banach 定理及其推论	4	Zorn 引理; Hahn-Banach 定理; 共轭空间与共轭算子	
		某些赋范空间的共轭空间	4	共轭空间若干例子; 自反性、弱收敛	
		紧算子	4	紧算子的基本性质; 谱的二择一定理	
4	Hilbert 空间	内积空间	4	共轭双线性函数; 内积空间的性质及若干例子	
		正交性、正交系	4	正交性、正交系的概念; Hilbert 空间的可分性; 正交系的应用	
		Hilbert 空间的共轭空间	4	Riesz 表示定理, Hilbert 共轭空间; 共轭算子、自共轭算子的概念; 紧自共轭算子的谱论	讨论正交投影的有界性、谱、交换性等基本性质

六、成绩评定

(一) 考核方式 A : A. 闭卷考试 B. 开卷考试 C. 论文 D. 考查 E. 其他

(二) 成绩综合评分体系:

成绩综合评分体系	比例%
1. 作业、出勤、平时测验、小论文	30
2. 期末考试	70
总计	100

附：作业和平时表现评分标准

1) 作业的评分标准

作业的评分标准	得分
1. 严格按照作业要求并及时完成，基本概念清晰，解决问题的方案正确、合理，能提出不同的解决问题方案。	90-100 分
2. 基本按照作业要求并及时完成，基本概念基本清晰，解决问题的方案基本正确、基本合理。	70-80 分
3. 不能按照作业要求，未及时完成，基本概念不清晰，解决问题的方案基本不正确、基本不合理。	40-60 分
4. 不能按照作业要求，未及时完成，基本概念不清晰，不能制定正确和合理解决问题的方案。	0-30 分

2) 课堂讨论及平时表现评分标准

课堂讨论、平常表现评分标准	得分
1. 资料的查阅、知识熟练运用，积极参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他同学合作、交流，共同解决问题。	90-100 分
2. 基本做到资料的查阅、知识的运用，能参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他其他同学合作、交流，共同解决问题。	70-80 分
3. 做到一些资料的查阅和知识的运用，参与讨论一般、不能阐明自己的观点和想法，与其他同学合作、交流，共同解决问题的能力态度一般。	40-60 分
4. 不能做到资料的查阅和知识的运用，不积极参与讨论，不能与其他同学合作、交流，共同解决问题。	0-30 分

七、学术诚信

学习成果不能造假，如考试作弊、盗取他人学习成果、一份报告用于不同的课程等，均属造假行为。他人的想法、说法和意见如不注明出处按盗用论处。本课程如有发现上述不良行为，将按学校有关规定取消本课程的学习成绩。

八、大纲审核

教学院长：

院学术委员会签章：