

# 中国海洋大学本科生课程大纲

课程名称	偏微分方程数值解法 Numerical Methods for Partial Differential equations	课程代码	075103301269
课程属性	专业知识	课时/学分	48/3
课程性质	选修	实践学时	
责任教师	谢树森	课外学时	96 (48×2)

**课程属性：**公共基础/通识教育/学科基础/专业知识/工作技能，**课程性质：**必修、选修

## 一、课程介绍

### 1. 课程描述：

本课程介绍数值求解偏微分方程的基本方法及相关的理论基础。本课程针对数学类专业高年级（三年级）本科生开设。课程基本内容包括：有限差分方法、差分格式的稳定性、收敛性分析；变分原理，Galerkin 有限元方法等。通过对模型问题的基本数值方法进行分析，阐明构造数值方法的基本思想和技巧。通过本课程学习，使学生了解并掌握数值求解偏微分方程的基本思想、基本概念和基本理论（数值格式的相容性、稳定性、收敛性及误差估计等），能够运用算法语言对所学数值方法编制程序在计算机上运行实施并对数值结果进行分析。培养学生理论联系实际，解决实际问题的能力和兴趣。

### 2. 设计思路：

偏微分方程是应用数学的核心内容，在其他科学、技术领域具有广泛深入的应用。掌握偏微分方程的基础理论及求解方法是数学类专业本科生培养的基本要求。本课程是在数学物理方程课程基础上开设的延展应用型课程，是一门数值分析理论与实践应用高度融合的专业课。课程引导学生通过数值方法探讨和理解应用数学工具解决实际

问题的途径及理论分析框架。学习本课程需要学生掌握了“数学分析”、“数学物理方程”、“数值分析”及“泛函分析”的核心基本内容。课程内容安排分为有限差分方法和有限元方法两个单元模块，这是目前应用最广泛、理论发展最完善的两类数值方法，两者既有关联又有本质区别，能够体现偏微分方程数值解法的基本特征。

首先介绍有限差分方法。有限差分方法是近似求解偏微分方程的应用最广泛的数值方法，以对连续的“导数(微分)”进行离散的“差分”近似为基本出发点，利用 Fourier 分析及数值分析的基本理论，讨论椭圆、抛物、双曲等三类典型偏微分方程近似求解方法及近似方法的数学理论分析。

有限元方法是 20 世纪中期发展起来的基于变分原理的数值方法，具有更直接的物理背景含义，因而受到力学、工程等应用领域广泛的关注和应用。有限元方法与有限差分法虽然在思想方法上有本质区别，但在一定条件下具有等价性。课程将以实际问题为引导，阐述变分原理的基本理论和实际应用背景，介绍 Galerkin 近似和分片多项式插值的基本思想方法和数学理论基础，进而给出有限元方法的基本理论框架和算法基础。

### 3. 课程与其他课程的关系：

先修课程：数学分析 I、数值分析、数学物理方程、泛函分析、数值代数；

并行课程：结构化程序设计、数学实验；

后置课程：并行计算基础、现代数值方法选讲、最优化方法。

## 二、课程目标

本课程目标是向数学类专业高年级本科生提供数学理论与应用实践相结合的展示平台，通过算法编程及对模型问题的数值模拟实验，培养学生用数学工具解决实际问题的能力。

课程结束时，学生应具备如下知识和技能：

(1) 掌握构建椭圆、抛物、双曲三类典型方程有限差分格式的基本思想和方法，理解差分格式的相容性、稳定性和收敛性等基本概念，熟练运用矩阵分析法、Fourier 方法或能量方法分析稳定性和收敛阶估计。

(2) 掌握 Sobolev 空间的基础理论及变分基本原理，熟练推演椭圆边值问题的变分形式，理解有限元方法的基本思想，会构造简单的有限元空间，能分析标准有限元方法的收敛阶。

(3) 掌握至少一种科学计算语言 (Matlab、Fortran 或 C 等)，对模型问题的有限差分格式、有限元格式进行算法编程和数值模拟实验，具备基本的算法编程能力。

(4) 掌握用数值方法处理实际问题时所遵循的基本理念，初步具备应用数值方法解决基于微分方程模型的实际问题并撰写研究成果报告的能力。

### 三、学习要求

完成课程任务，要求学生做到：

(1) 按时上课，上课认真听讲，积极参与课堂讨论。本课程包含较多分组讨论、算法分析等课堂活动，课堂表现和出勤率是成绩考核的组成部分。

(2) 按时完成常规练习，按时完成算法实验并撰写实验报告，只有按时完成并提交作业，才能掌握课程的内容。延期提交作业需要提前得到任课教师的许可。

(3) 完成教师布置的一定量的阅读文献和背景资料、理论探讨等作业。这些作业能加深对课程内容的理解、促进同学间相互学习、引导对某些问题和理论的更深入探讨。

### 四、进度安排

序号	主题	计划课时	主要内容概述	实验实践内容或课外练习等
1	偏微分方程数值解法简介	3	简要介绍偏微分方程数值方法的发展史及研究现状	偏微分方程发展现状等文献查阅与综述

2	椭圆问题的有限差分法	9	差分逼近的基本概念；矩形网格、三角形网格的差分格式推导；极值定理及敛速估计	代数方程常用解法编程；边值问题常见差分格式编程计算；差分格式推导；极值定理、稳定性证明
3	抛物方程的有限差分法	9	最简差分格式、稳定性和收敛性；判别稳定性的 Fourier 方法及代数准则；解高维问题的分数步长法	抛物方程差分格式推导；常见差分格式编程计算；稳定性分析
4	双曲方程的有限差分法	9	波动方程的差分逼近；一阶双曲方程初值问题的差分逼近	双曲方程差分格式推导；特征性质；常见差分格式编程计算；稳定性分析
5	边值问题的变分形式	3	二次泛函极值；Sobolev 空间初步；二阶椭圆边值问题的变分公式	泛函极值问题的变分原理及等价性证明
6	Ritz-Galerkin 方法及谱方法	3	Ritz-Galerkin 方法基础；Fourier 谱方法基础	Galerkin 方法的抽象误差分析
7	Galerkin 有限元法	6	两点边值问题有限元法；二维问题的有限元法；有限元法的收敛性分析	有限元编程计算；推导收敛阶估计
8	初边值问题有限元法	6	抛物方程的有限元方法及收敛性分析	全离散线性有限元法编程实现；推导收敛阶

## 五、参考教材与主要参考书

### 1、选用教材：

《微分方程数值解法》（第 4 版），李荣华，刘播，高等教育出版社，北京，2009 年 1 月出版。

### 2、主要参考书：

[1] 微分方程数值解—有限差分理论方法与数值计算，张文生，科学出版社，北京，2015 年 8 月出版。

[2] 偏微分方程数值解法，孙志忠，科学出版社，北京，2012 年出版。

[3] Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, Second Edition, John C. Strikwerda, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2004

[4] Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method, Claes Johnson, Dover Publications, Inc. New York, 2009.

## 六、成绩评定

(一) 考核方式  A  : A. 闭卷考试 B. 开卷考试 C. 论文 D. 考查 E. 其他

(二) 成绩综合评分体系:

成绩综合评分体系	比例%
1. 常规书面作业	10
2. 随堂练习、随堂测试、出勤率	10
3. 小组作业(程序)	30
4. 期末考试	50
总计	100

### 附：作业和平时表现评分标准

#### 1) 作业的评分标准

作业的评分标准	得分
严格按照要求并及时完成作业，基本概念清晰，解决问题方案正确、合理，能提出不同的解决问题方案。	90-100 分
基本按照要求并及时完成作业，基本概念基本清晰，解决问题方案基本正确、基本合理。	70-80 分
不能按照要求及时完成作业，基本概念不清晰，解决问题方案基本不正确、基本不合理。	40-60 分
不能按照要求及时完成作业，基本概念不清晰，不能制定正确和合理解决问题的方案。	0-30 分

#### 2) 课堂讨论、平常表现评分标准

课堂讨论、平常表现评分标准	得分
查阅资料充分、知识运用熟练，积极参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他同学合作、交流，共同解决问题。	90-100 分

基本做到资料查阅和知识运用，能参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他其他同学合作、交流，共同解决问题。	70-80 分
做到一些资料查阅和知识运用，参与讨论一般、不能阐明自己的观点和想法，与其他同学合作、交流，共同解决问题的能力态度一般。	40-60 分
不能做到资料查阅和知识运用，不积极参与讨论，不能与其他同学合作、交流，共同解决问题。	0-30 分

## 七、学术诚信

学习成果不能造假，如考试作弊、盗取他人学习成果、一份报告用于不同的课程等，均属造假行为。他人的想法、说法和意见如不注明出处按盗用论处。本课程如有发现上述不良行为，将按学校有关规定取消本课程的学习成绩。

## 八、大纲审核

教学院长：

院学术委员会签章：