

中国海洋大学本科生课程大纲

课程名称	数值代数 Numerical Algebra	课程代码	075103301267
课程属性	专业知识	课时/学分	48/3
课程性质	选修	实践学时	
责任教师	王卫国	课外学时	96 (48×2)

课程属性：公共基础/通识教育/学科基础/专业知识/工作技能，**课程性质：**必修、选修

一、 课程介绍

1. 课程描述：

数值代数是数学类信息与计算科学专业专业课，是多门后续专业课的基础。重点介绍求解代数问题的有效数值方法和相关理论，是科学与工程计算的核心与基础。课程面向高年级本科生开设，一般安排在二年级（第四学期）或三年级（第五学期）。课程的主要内容是：针对各类科学与工程计算问题所提出的矩阵计算问题的特点，设计出相应的快速可靠的算法。具体包括：线性方程组的直接解法和迭代解法、最小二乘问题的数值方法、矩阵特征值问题的数值方法及其相关理论。

2. 设计思路：

本课程旨在为数学类信息与计算科学专业高年级学生提供求解矩阵计算问题的数学理论、方法和实践技能，并为学生将来从事相关数学领域的理论与算法研究或利用数值方法解决实际问题打下坚实的基础。

课程内容选取基于学生“掌握了《数学分析》和《高等代数》基础知识和能够较熟练地使用一种计算机高级语言进行编程”。课程内容主要包括三个模块：线性方程组、最小二乘问题和矩阵特征值问题。

线性方程组问题的快速有效求解是数值代数中的核心问题，各种各样的科学与工程

程数值计算问题往往最终都要归结为一个线性方程组的求解问题。本部分主要介绍线性方程组的直接解法和迭代解法以及相关的舍入误差分析。直接解法主要包括：LU 分解、选主元 LU 分解、Cholesky 分解以及结构分解等方法。迭代法包括：Jacobi 迭代、Gauss-Seidel 迭代和超松弛法(SOR)等方法。

最小二乘问题可以看成“约束不适定”的线性方程组问题。本部分的主要内容包括：法方程组法、正交化方法、最速下降法、共轭梯度法以及 Krylov 子空间方法等。

矩阵特征值问题是数值代数基本问题之一，在工程计算、自动控制等领域中有广泛的应用背景。本部分的主要内容包括：非对称矩阵特征值问题和对称矩阵特征值问题。对于非对称矩阵特征值问题，主要介绍幂法、反幂法、QR 迭代等方法。对于对称矩阵特征值问题，主要介绍对称 QR 迭代方法、二分法、Jacobi 方法和分而治之法等。

3. 课程与其他课程的关系：

先修课程：数学分析 I、II、III，高等代数 I、II，数学实验基础，结构化程序设计等。

并行课程：数值分析、泛函分析、数学物理方程等。

后置课程：微分方程数值解法、最优化方法、并行计算基础、统计计算、现代数值方法选讲等。

二、课程目标

通过本课程的学习，要求学生掌握线性方程组、最小二乘问题和矩阵特征值问题的现代数值解法及相关的基本理论，并学会使用相应的软件，为后续课程的学习打下坚实基础。课程学习过程中介绍本学科发展的历程和前沿研究动态，培养学生用数学语言和数学思维来描述和解决实际问题的能力。到课程结束时，学生应能：

(1) 理解和初步掌握线性方程组问题、最小二乘问题和矩阵特征值问题的数值方

法的设计思想和基本理论。对于一般的矩阵计算问题，能够选择适当的数值方法并给出相应的理论分析。

(2) 利用计算机程序设计语言 (Matlab 等)，对数值代数基本问题的算法编程实现，并对部分较简单问题的计算结果进行相应的理论分析。

(3) 针对具有实际背景的问题，应用所学专业知识，组织开展研究性小组活动，建立简单的数学模型，设计相应的数值方法，并能分析各种方法的优劣。书写研究报告，组织学术研讨会研讨交流研究成果，提高学生解决问题的能力，培养学生开展学术研究的综合素质和能力。

三、学习要求

要完成所有的课程任务，学生必须：

(1) 按时上课，上课认真听讲，积极参与课堂讨论，课堂表现和出勤率是成绩考核的组成部分。

(2) 按时完成常规练习作业。这些作业要求学生按书面形式提交，只有按时提交作业，才能掌握课程所要求的内容。延期提交作业需要提前得到任课教师的许可。

(3) 完成教师布置课外实验作业及课程项目。课外实验作业以程序和结果截图的形式提交；课程项目带有一定的研究性，以小论文的形式呈现结果。课程项目需要进行一定量的阅读文献和背景资料、编写程序，要求以小组合作形式完成。

四、参考教材与主要参考书

1、选用教材：

《数值线性代数》(第二版)，徐树方、高立、张平文编著，北京大学出版社，2013年。

2、主要参考书：

[1] 《数值代数基础》，刘新国著，青岛海洋大学出版社，1996 年出版。

[2] 《矩阵计算的理论与方法》，徐树方著，北京大学出版社，1995 年出版。

五、进度安排

序号	专题	主题	计划课时	主要内容概述	实践内容
1	绪论	概括介绍数值计算的基本内容	2	误差的基本类型；数值方法的特性以及数值计算的基本框架	熟悉 Matlab 基本操作
2	线性方程组的直接解法	高斯消元法与三角分解	2	高斯消元法，LU 分解，Cholesky 分解等	编程实现 LU 分解、Cholesky 分解
		选主元三角分解	2	主元策略的必要性，选主元三角分解的实现过程。	Matlab 实现列主元方法
		分块三角分解	1	数值运算	编程实现求解方程组的直接法
3	线性方程组的敏度分析与消去法的舍入误差分析	向量范数与矩阵范数	2	范数的定义以及基本性质，几种矩阵范数的关系	各种范数的 Matlab 实现
		线性方程组的敏度分析	2	扰动线性方程组，条件数的定义和扰动误差界	
		基本运算的舍入误差分析	2	四则运算以及向量内积运算的舍入误差分析，向前误差分析和向后误差分析	熟悉 Matlab 中四则运算的舍入误差
		主元高斯消去法的舍入误差分析	2	列主元高斯消去法的舍入误差分析	
		计算解的精度估计和迭代改进	1	计算解的精度估计，迭代改进，以及误差估计	方程组的误差界的有效计算
4	最小二乘问题的解法	最小二乘问题	2	最小二乘问题的代数理论，法方程方法，最小二乘问题的敏度分析	实现法方程方法
		正交变换与正交化方法	3	初等正交变换，QR 分解以及求解最小二乘问题的正交化方法	实现正交化方法
5	线性方程组的古典迭代解法	经典迭代法	1	经典迭代法：Jacobi，Gauss-Seidel 迭代法	经典迭代法的上机实现
		收敛性理论	2	收敛性分析，迭代收敛的充分条件和必要条件	
		收敛速度	1	收敛速度定义以及性质	

		超松弛迭代法 (SOR)	3	方法构造、以及松弛因子选择	编程实现 SOR 迭代方法
6	共轭梯度法	最速下降法	2	最速下降法思想及设计	编程实现最速下降法
		共轭梯度法	2	共轭梯度法及其基本性质	编程实现共轭梯度法
		实用共轭梯度法	1	实用共轭梯度法, 预优共轭梯度法	编程实现实用的共轭梯度法
		Krylov 子空间法	1	Krylov 子空间法简介	
7	非对称特征值问题的计算方法	基本概念与性质	2	基本概念与性质	
		幂法与反幂法	2	幂法和反幂法格式及特点	幂法、反幂法
		QR 方法	4	QR 方法设计原理及收敛性分析	编程实现 QR 方法
8	对称特征值问题的计算方法	基本性质	2	谱分解、极大极小原理、分隔定理以及奇异值分解	
		对称特征值问题的数值方法介绍	4	对称 QR 方法、Jacobi 方法、二分法、分而治之法以及奇异值分解	编程实现对称特征值问题的数值方法

六、成绩评定

(一) 考核方式 A : A. 闭卷考试 B. 开卷考试 C. 论文 D. 考查 E. 其他

(二) 成绩综合评分体系:

成绩综合评分体系	比例%
1. 课下作业、课堂讨论及平时表现	20
2. 平时测验	10
3. 期末考试	70
总计	100

附: 作业、平时表现和课程论文的评分标准

1) 常规课后作业及实验作业的评分标准

作业的评分标准	得分
严格按照作业要求并及时完成, 基本概念清晰, 解决问题的方案正确、合理, 程序规范并且运行准确无误, 能提出不同的解决问题方案。	90-100 分

基本按照作业要求并及时完成，基本概念基本清晰，解决问题的方案基本正确、基本合理，程序运行基本正确	70-80 分
不能按照作业要求，未及时完成，基本概念不清晰，解决问题的方案基本不正确、基本不合理，程序运行不准确。	40-60 分
不能按照作业要求，未及时完成，基本概念不清晰，不能制定正确和合理解决问题的方案，不能编写程序。	0-30 分

2) 课堂讨论等的评分标准

课堂讨论、平常表现评分标准	得分
积极参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他同学合作、交流，共同解决问题。	90-100 分
能参与讨论、能阐明自己的观点和想法，能与其他其他同学合作、交流，共同解决问题。	70-80 分
参与讨论一般、不能阐明自己的观点和想法，与其他同学合作、交流，共同解决问题的能力态度一般。	40-60 分
不积极参与讨论，不能与其他同学合作、交流，共同解决问题。	0-30 分

七、学术诚信

学习成果不能造假，如考试作弊、盗取他人学习成果、将网络上的相关资料直接拷贝作为作业，一份报告用于不同的课程等，均属造假行为。他人的想法、说法和意见如不注明出处按盗用论处。本课程如有发现上述不良行为，将按学校有关规定取消本课程的学习成绩。

八、大纲审核

教学院长：

院学术委员会签章：